

# Indifférentiabilité et modèles de preuve idéalisés

Yannick Seurin

ANSSI, Laboratoire de cryptographie

21 février 2012

Univ. Limoges, Séminaire Crypto

# Introduction

Principaux types de preuves de sécurité en cryptographie :

- **preuves de sécurité inconditionnelles** (sécurité au sens de la théorie de l'information) : valable contre des attaquants à capacité de calculs non bornée, schémas inefficaces (one-time pad)
- **modèle standard** : adversaires polynomiaux, repose sur des hypothèses de complexité non prouvées (factorisation, log discret)
- **modèles idéalisés** : modélisation parfaite de certaines primitives, moins fort que le modèle standard mais donne des schémas très efficaces

On va s'intéresser aux liens entre les deux principaux modèles idéalisés : ROM (*Random Oracle Model*) et ICM (*Ideal Cipher Model*)

# Plan

- 1 Modèles de preuve idéalisés
- 2 Indifférentiabilité : définition
- 3 Attaque du schéma de Feistel à 5 tours
- 4 Indifférentiabilité du schéma de Feistel pour 14 tours
- 5 Indifférentiabilité publique et résistance à la corrélation

# Plan

- 1 Modèles de preuve idéalisés
- 2 Indifférentiabilité : définition
- 3 Attaque du schéma de Feistel à 5 tours
- 4 Indifférentiabilité du schéma de Feistel pour 14 tours
- 5 Indifférentiabilité publique et résistance à la corrélation

# Modèle standard vs. modèles idéalisés

- deux primitives cryptographiques fondamentales :
  - fonction de hachage :  $H : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^n$ , calculable efficacement
  - chiffrement par blocs :  $E : \{0, 1\}^k \times \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^n$ ,  $E(K, \cdot)$  bijectif, efficacement calculable et inversible
- hypothèses de sécurité dans le modèle standard :
  - fonction de hachage : résistance à la pré-image, aux collisions, etc.
  - chiffrement par blocs : permutation pseudo-aléatoire
- souvent, ces hypothèses ne sont pas suffisantes pour prouver la sécurité d'un cryptosystème  
⇒ on a recours à des **modèles idéalisés** :
  - fonction de hachage : modèle de **l'oracle aléatoire**
  - chiffrement par blocs : modèle du **chiffrement idéal**

# Fonctions de hachage, modèle standard

Propriétés attendues d'une fonction de hachage?  $\Rightarrow$  nombreuses!

- résistance aux collisions
- résistance à la pré-image, seconde pré-image
- résistance aux "near-collisions"
- résistance à la recherche d'entrées  $x_1, \dots, x_k$  telles que
$$H(x_1) \oplus \dots \oplus H(x_k) = 0$$
- ...

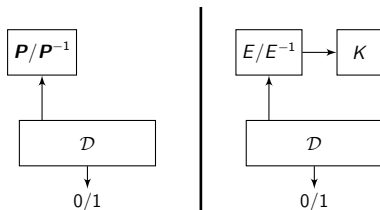
En fait, on attend d'une fonction de hachage qu'elle se "comporte comme" une fonction aléatoire

# Le modèle de l'oracle aléatoire (ROM)

- modélise une fonction de hachage comme un oracle publiquement accessible  $H : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^n$  retournant une chaîne de  $n$  bits uniformément aléatoires à chaque nouvelle requête
- introduit par Bellare et Rogaway ('93)
- très utilisé dans les preuves de sécurité, not. clé publique (OAEP, FDH, PSS...)
- résultats d'ininstantiabilité [CanettiGH98, Nielsen02] : il existe des cryptosystèmes prouvés sûrs dans le ROM mais vulnérables avec n'importe quelle fonction de hachage
- schémas prouvés sûrs dans le modèle standard : souvent moins efficaces ou utilisant des hypothèses de complexité moins classiques
  - chiffrement de Cramer-Shoup
  - signatures de Boneh-Boyen...

# Chiffrement par blocs, modèle standard

- notion de sécurité standard pour un chiffrement par blocs : permutation pseudo-aléatoire (PRP) ou fortement pseudo-aléatoire (SPRP)  
= indistinguible d'une permutation aléatoire (inversible pour SPRP)



- la notion de (S)PRP ne prend pas en compte certains modèles d'attaques plus forts : attaques à **clés reliées**, attaques à **clé connues**...
- pour prouver la sécurité de certains cryptosystèmes, la seule hypothèse de (S)PRP ne suffit parfois pas (e.g. fonctions de hachage fondées sur un chiffrement par blocs)



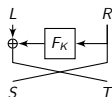
# Le modèle du chiffrement idéal (ICM)

- modélise un chiffrement par blocs parfaitement aléatoire comme une paire d'oracles publiquement accessibles  $E(\cdot, \cdot)$  et  $E^{-1}(\cdot, \cdot)$ , tels que  $E(K, \cdot)$  est une permutation aléatoire pour chaque clé  $K$
- introduit par [Shannon49, Winternitz84]
- modèle de la permutation aléatoire (RPM) : une seule permutation  $P$  et son inverse  $P^{-1}$  (= un chiffrement idéal avec une clé fixée)
- moins populaire que le ROM :
  - très utilisé pour analyser les fonctions de hachage fondées sur un chiffrement par blocs, e.g. mode Davies-Meyer [BlackRS02, Hirose06]
  - utilisé dans les preuves de sécurité de quelques schémas à clé publique (chiffrement, échange de clé authentifié...)
- résultats d'instantiabilité comme pour le ROM [Black06]

## Liens ROM - ICM

On peut construire un chiffrement par blocs à partir d'une fonction de hachage et réciproquement :

- étant donné un chiffrement par blocs, on peut construire une fonction de compression (Davies-Meyer, Miyaguchi-Preneel, etc.) puis une fonction de hachage (Merkle-Damgård)
- étant donné une fonction de hachage, on peut construire un chiffrement par blocs avec le schéma de Feistel :



Quelles sont les propriétés de la construction lorsque la primitive sous-jacente est un oracle aléatoire ou un chiffrement par blocs idéal ?

# Plan

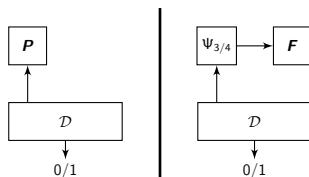
- 1 Modèles de preuve idéalisés
- 2 Indifférentiabilité : définition**
- 3 Attaque du schéma de Feistel à 5 tours
- 4 Indifférentiabilité du schéma de Feistel pour 14 tours
- 5 Indifférentiabilité publique et résistance à la corrélation

# Indistinguabilité du schéma de Feistel

## Théorème

*Le schéma de Feistel à trois (resp. quatre) tours avec des fonctions de tour aléatoires est indistinguable d'une permutation aléatoire (resp. permutation aléatoire inversible)*

NB : Reste vrai avec des fonctions de tour pseudo-aléatoires.



$\Rightarrow$  tout cryptosystème prouvé sûr avec une permutation aléatoire reste sûr avec un Feistel dont les fonctions de tour sont aléatoires et **secrètes**.

# Limites de l'indistinguabilité


- Comment généraliser le théorème de Luby-Rackoff quand les fonctions de tours sont publiques ?
- Exemple : schéma de chiffrement RSA de Phan-Pointcheval :

$$\text{Enc}_{\text{pk}=(N,e)}(m; r) = (\mathbf{P}(m\|r))^e \pmod N, \quad r \text{ aléa}$$

⇒ prouvé sûr lorsque  $\mathbf{P}$  est une permutation aléatoire (publique)

- Peut-on remplacer  $\mathbf{P}$  par un schéma de Feistel à 4 tours avec des fonctions de tour aléatoires et **publiques** ?



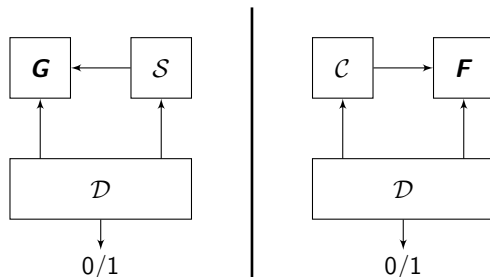
-  Luby-Rackoff ne permet pas conclure car l'hypothèse "clé secrète" n'est pas vérifiée

# Indifférentiabilité

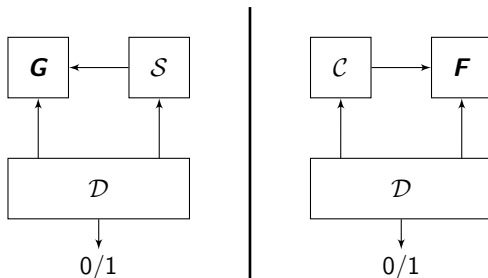
Généralisation de l'indistinguabilité au cas où le distingueur a accès aux composants internes de la construction (= fonctions de tour pour un Feistel).

## Définition

$\mathcal{C}^F$  est indifférentiable de  $\mathbf{G}$  s'il existe un simulateur (polynomial)  $S$  tel que les deux systèmes  $(\mathbf{G}, S^{\mathbf{G}})$  et  $(\mathcal{C}^F, F)$  sont indistinguables.



# Indifférentiabilité

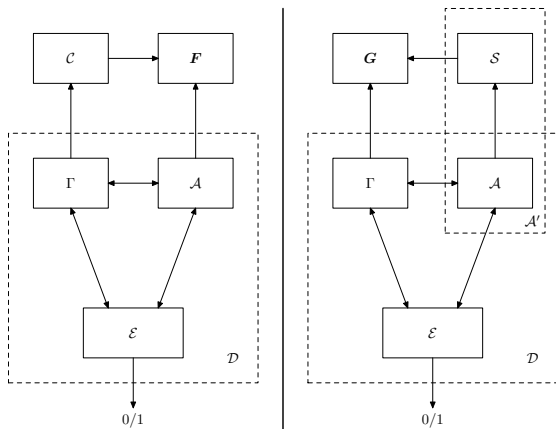


Les réponses du simulateur doivent être :

- **cohérentes** avec les réponses que  $D$  peut obtenir directement de  $G$
- **indistinguishables** de réponses uniformément aléatoires

NB : le simulateur n'a pas connaissance des requêtes de  $D$  à  $G$ .

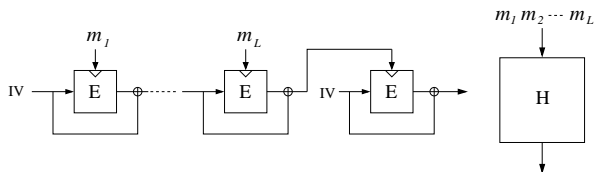
## Théorème de composition



Si  $\mathcal{C}^F$  est indifférentiable de  $\mathbf{G}$ , alors tout cryptosystème  $\Gamma$  sûr avec  $\mathbf{G}$  est sûr lorsque  $\mathcal{C}^F$  remplace  $\mathbf{G}$ .

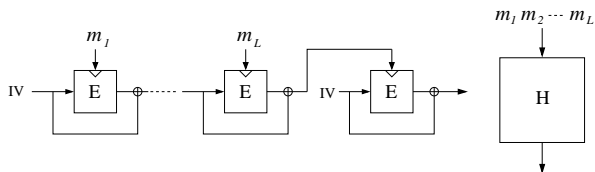


# L'ICM "implique" le ROM



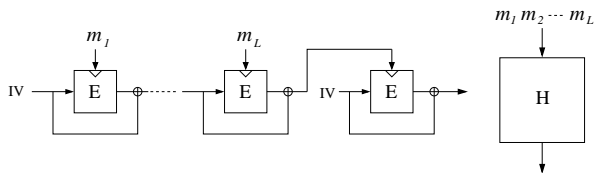
- dans [CoronDMP05], il a été montré que des variantes de Merkle-Damgård utilisée avec un chiffrement idéal en mode Davies-Meyer sont indifférentiables d'un oracle aléatoire
- $\Rightarrow$  une telle construction peut remplacer un oracle aléatoire dans n'importe quel cryptosystème sans perte de sécurité (th. de composition)

# L'ICM "implique" le ROM



- dans [CoronDMP05], il a été montré que des variantes de Merkle-Damgård utilisée avec un chiffrement idéal en mode Davies-Meyer sont indifférentiables d'un oracle aléatoire
- $\Rightarrow$  une telle construction peut remplacer un oracle aléatoire dans n'importe quel cryptosystème sans perte de sécurité (th. de composition)
- réciproquement, existe-t-il une construction utilisant un oracle aléatoire indifférentiable d'un chiffrement idéal ?

# L'ICM "implique" le ROM



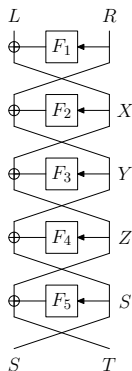
- dans [CoronDMP05], il a été montré que des variantes de Merkle-Damgård utilisée avec un chiffrement idéal en mode Davies-Meyer sont indifférentiables d'un oracle aléatoire
- $\Rightarrow$  une telle construction peut remplacer un oracle aléatoire dans n'importe quel cryptosystème sans perte de sécurité (th. de composition)
- réciproquement, existe-t-il une construction utilisant un oracle aléatoire indifférentiable d'un chiffrement idéal ?  $\Rightarrow$  Feistel

# Plan

- 1 Modèles de preuve idéalisés
- 2 Indifférentiabilité : définition
- 3 Attaque du schéma de Feistel à 5 tours**
- 4 Indifférentiabilité du schéma de Feistel pour 14 tours
- 5 Indifférentiabilité publique et résistance à la corrélation

## 5 tours ne suffisent pas

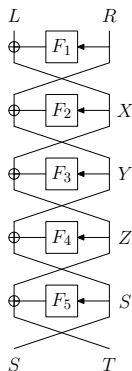
Pour  $\Psi_5$ , on peut trouver 4 paires entrées/sorties telles que  $R_0 \oplus R_1 \oplus R_2 \oplus R_3 = 0$  et  $S_0 \oplus S_1 \oplus S_2 \oplus S_3 = 0$



## 5 tours ne suffisent pas

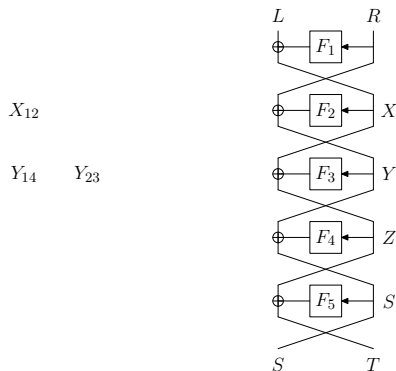
Pour  $\Psi_5$ , on peut trouver 4 paires entrées/sorties telles que  $R_0 \oplus R_1 \oplus R_2 \oplus R_3 = 0$  et  $S_0 \oplus S_1 \oplus S_2 \oplus S_3 = 0$

$X_{12}$



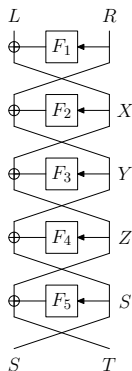
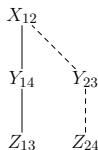
## 5 tours ne suffisent pas

Pour  $\Psi_5$ , on peut trouver 4 paires entrées/sorties telles que  $R_0 \oplus R_1 \oplus R_2 \oplus R_3 = 0$  et  $S_0 \oplus S_1 \oplus S_2 \oplus S_3 = 0$



## 5 tours ne suffisent pas

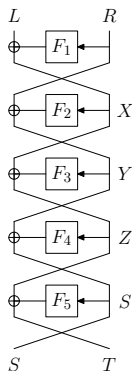
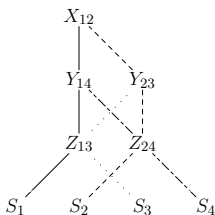
Pour  $\Psi_5$ , on peut trouver 4 paires entrées/sorties telles que  $R_0 \oplus R_1 \oplus R_2 \oplus R_3 = 0$  et  $S_0 \oplus S_1 \oplus S_2 \oplus S_3 = 0$





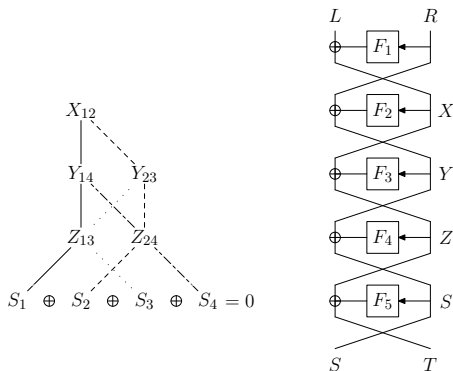
## 5 tours ne suffisent pas

Pour  $\Psi_5$ , on peut trouver 4 paires entrées/sorties telles que  $R_0 \oplus R_1 \oplus R_2 \oplus R_3 = 0$  et  $S_0 \oplus S_1 \oplus S_2 \oplus S_3 = 0$



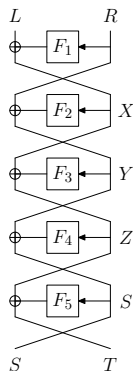
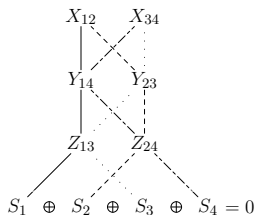
## 5 tours ne suffisent pas

Pour  $\Psi_5$ , on peut trouver 4 paires entrées/sorties telles que  $R_0 \oplus R_1 \oplus R_2 \oplus R_3 = 0$  et  $S_0 \oplus S_1 \oplus S_2 \oplus S_3 = 0$



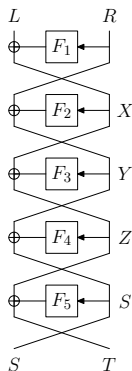
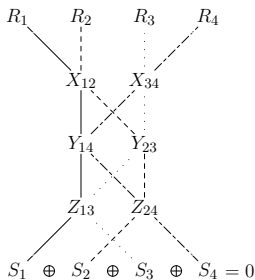
## 5 tours ne suffisent pas

Pour  $\Psi_5$ , on peut trouver 4 paires entrées/sorties telles que  $R_0 \oplus R_1 \oplus R_2 \oplus R_3 = 0$  et  $S_0 \oplus S_1 \oplus S_2 \oplus S_3 = 0$



# 5 tours ne suffisent pas

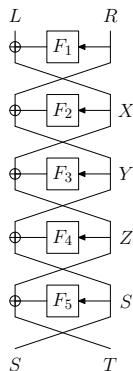
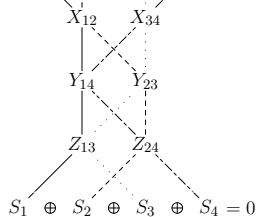
Pour  $\Psi_5$ , on peut trouver 4 paires entrées/sorties telles que  $R_0 \oplus R_1 \oplus R_2 \oplus R_3 = 0$  et  $S_0 \oplus S_1 \oplus S_2 \oplus S_3 = 0$



# 5 tours ne suffisent pas

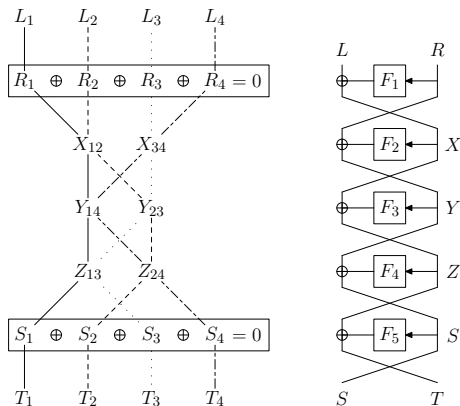
Pour  $\Psi_5$ , on peut trouver 4 paires entrées/sorties telles que  $R_0 \oplus R_1 \oplus R_2 \oplus R_3 = 0$  et  $S_0 \oplus S_1 \oplus S_2 \oplus S_3 = 0$

$$R_1 \oplus R_2 \oplus R_3 \oplus R_4 = 0$$



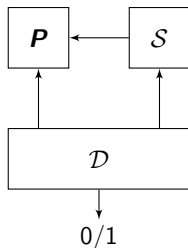
# 5 tours ne suffisent pas

Pour  $\Psi_5$ , on peut trouver 4 paires entrées/sorties telles que  $R_0 \oplus R_1 \oplus R_2 \oplus R_3 = 0$  et  $S_0 \oplus S_1 \oplus S_2 \oplus S_3 = 0$



## 5 tours ne suffisent pas

- pour une permutation aléatoire, trouver 4 paires entrées/sorties telles que  $R_0 \oplus R_1 \oplus R_2 \oplus R_3 = 0$  et  $S_0 \oplus S_1 \oplus S_2 \oplus S_3 = 0$  est impossible en temps polynomial
- par conséquent, si  $\mathcal{D}$  interagit avec  $(\mathbf{P}, \mathcal{S}^{\mathbf{P}})$ , le simulateur  $\mathcal{S}$  ne peut pas être cohérent avec la permutation aléatoire



# Plan

- 1 Modèles de preuve idéalisés
- 2 Indifférentiabilité : définition
- 3 Attaque du schéma de Feistel à 5 tours
- 4 Indifférentiabilité du schéma de Feistel pour 14 tours**
- 5 Indifférentiabilité publique et résistance à la corrélation



# Indifférentiabilité du schéma de Feistel

Théorème (Holenstein *et al.*, STOC 2011)

*La construction de Feistel à 14 tours (avec des fonctions de tour parfaitement aléatoires) est indifférentiable d'une permutation aléatoire inversible.*

- on obtient un chiffrement par blocs idéal en concaténant la clé à l'entrée de chaque fonction de tour ( $F_{i,K}(x) = H(i||K||x)$ )
- preuve : il faut construire un simulateur

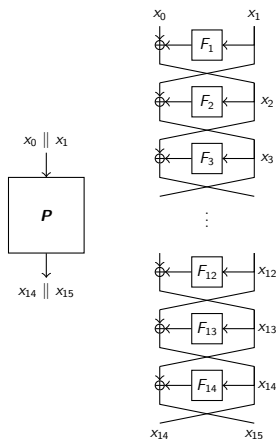
# Simulation : stratégie générale

- Rappel : le simulateur doit renvoyer des réponses :

- cohérentes avec  $\mathbf{P}$  :

$$\forall x_0, x_1, \Psi_{14}(x_0, x_1) = \mathbf{P}(x_0, x_1)$$

- indistinguables de réponses unif. aléatoires
- le simulateur maintient un historique de valeurs pour chaque  $F_i$
- lorsque le distingueur fait une requête  $F_i(x_j)$ , le simulateur complète certaines "chaines" par avance



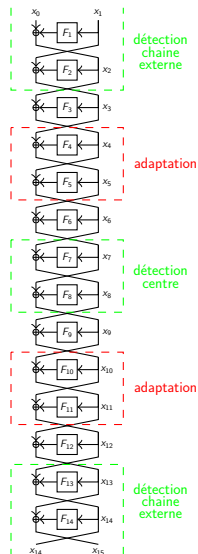
# Simulation : stratégie générale

- Le simulateur complète deux types de chaînes :
  - les **centres** ( $x_7, x_8$ )
  - les **chaînes externes** ( $x_1, x_2$ ) ou ( $x_{13}, x_{14}$ ) telles que :

$$P(x_0, x_1) = (x_{14}, x_{15}),$$

où  $x_0 = x_2 \oplus F_1(x_1)$  et  $x_{15} = x_{13} \oplus F_{14}(x_{14})$

- Ces chaînes sont "adaptées" en  $F_4, F_5$  ou  $F_{10}, F_{11}$  pour "coller" avec la permutation aléatoire  $P$



# Adaptation

- Lorsque le simulateur détecte un centre  $(x_7, x_8)$  lors de la requête  $F_7(x_7)$  :
  - il prolonge la chaîne en avant en définissant les fonctions de tour aléatoirement et en faisant un appel à  $\mathbf{P}$  :

$$x_9 = x_7 \oplus F_8(x_8)$$

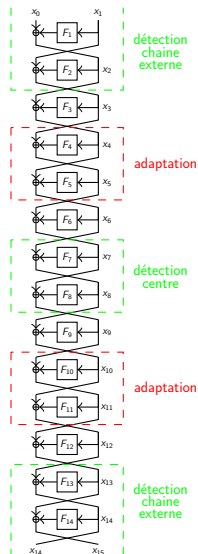
$$x_{10} = x_8 \oplus F_9(x_9)$$

$$\vdots$$

$$(x_0, x_1) = \mathbf{P}^{-1}(x_{14}, x_{15})$$

$$\vdots$$

$$x_4 = x_2 \oplus F_3(x_3)$$

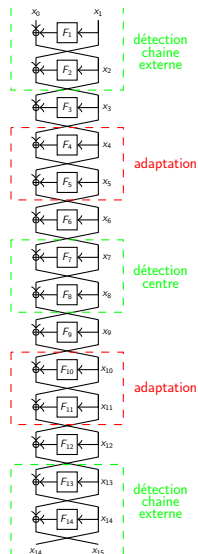


# Adaptation

- Lorsque le simulateur détecte un centre  $(x_7, x_8)$  lors de l'ajout de  $x_7$  :
  - il prolonge la chaîne en arrière en définissant les fonctions de tour aléatoirement :

$$x_6 = x_8 \oplus F_7(x_7)$$

$$x_5 = x_7 \oplus F_6(x_6)$$



# Adaptation

- Lorsque le simulateur détecte un centre  $(x_7, x_8)$  lors de l'ajout de  $x_7$  :
  - il prolonge la chaîne en arrière en définissant les fonctions de tour aléatoirement :

$$x_6 = x_8 \oplus F_7(x_7)$$

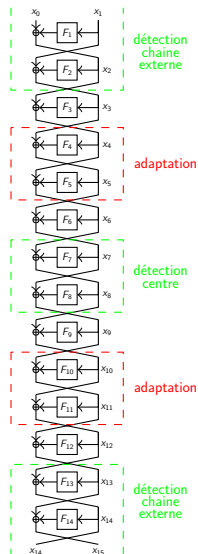
$$x_5 = x_7 \oplus F_6(x_6)$$

- il adapte la chaîne en définissant :

$$F_4(x_4) = x_3 \oplus x_5$$

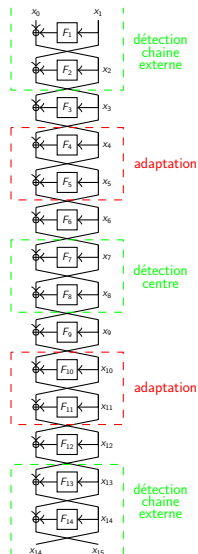
$$F_5(x_5) = x_4 \oplus x_6$$

de façon à ce que  $\Psi_{14}(x_0, x_1) = \mathbf{P}(x_0, x_1)$



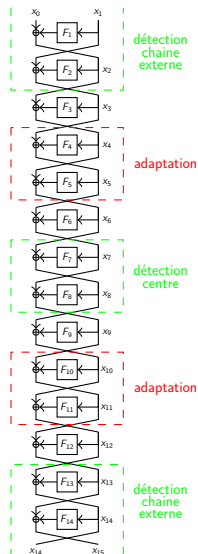
# Adaptation

- symétrique si détection lors de l'ajout de  $x_8$
- similaire pour compléter une chaîne externe ( $x_1, x_2$ ) ou ( $x_{13}, x_{14}$ )



# Ce qui pourrait faire échouer le simulateur. . .

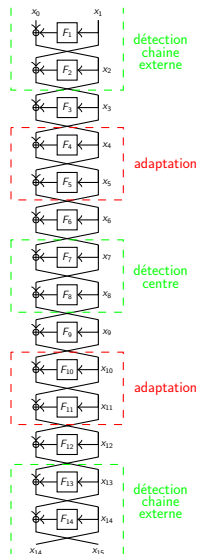
- *temps d'exécution exponentiel dû à la complétion récursive des chaînes :*
  - compléter un centre peut créer de nouvelles chaînes externes. . .
  - compléter une chaîne externe crée de nouveaux centres. . .
  - etc.





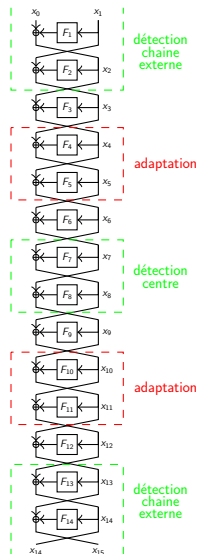
# Ce qui pourrait faire échouer le simulateur. . .

- *temps d'exécution exponentiel dû à la complétion récursive des chaînes :*
  - compléter un centre peut créer de nouvelles chaînes externes. . .
  - compléter une chaîne externe crée de nouveaux centres. . .
  - etc.
- *impossibilité de s'adapter :*
  - si la valeur en laquelle le simulateur doit s'adapter est déjà dans l'historique de  $F_i$ , impossibilité de rester cohérent avec  $P$



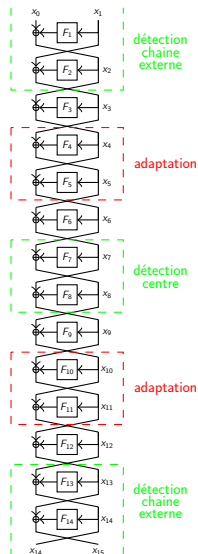
# Exécution en temps polynomial

- Rappel : le distingueur fait au plus un nombre polynomial  $q$  de requêtes



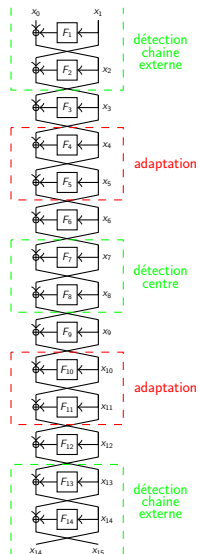
# Exécution en temps polynomial

- Rappel : le distingueur fait au plus un nombre polynomial  $q$  de requêtes
- Remarque cruciale : une chaîne externe ne peut être créée que si le distingueur a fait la requête correspondante à  $P$   
 $\Rightarrow$  nombre inférieur à  $q$



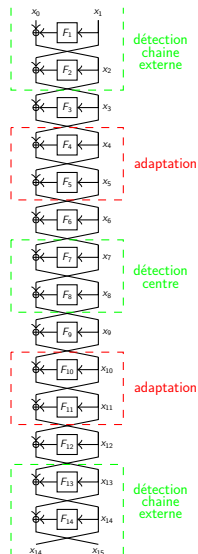
# Exécution en temps polynomial

- Rappel : le distingueur fait au plus un nombre polynomial  $q$  de requêtes
- Remarque cruciale : une chaîne externe ne peut être créée que si le distingueur a fait la requête correspondante à  $P$   
 $\Rightarrow$  nombre inférieur à  $q$
- implique que la taille des historiques de  $F_7$  et  $F_8$  est inférieure à  $2q$



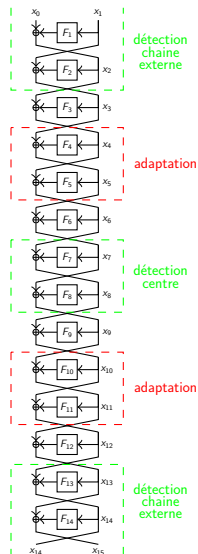
# Exécution en temps polynomial

- Rappel : le distingueur fait au plus un nombre polynomial  $q$  de requêtes
- Remarque cruciale : une chaîne externe ne peut être créée que si le distingueur a fait la requête correspondante à  $P$   
 $\Rightarrow$  nombre inférieur à  $q$
- implique que la taille des historiques de  $F_7$  et  $F_8$  est inférieure à  $2q$
- et par conséquent le nombre de centres complétés est  $\leq 4q^2$



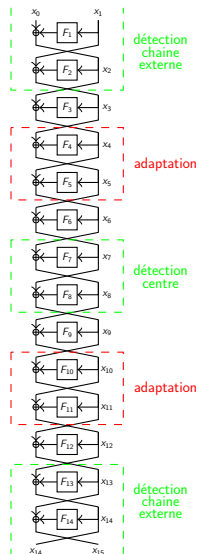
# Le simulateur peut toujours s'adapter

- ex : détection d'un centre ( $x_7, x_8$ ) lors de l'ajout de  $x_7$   
 $\Rightarrow$  adaptation en  $F_4$  et  $F_5$



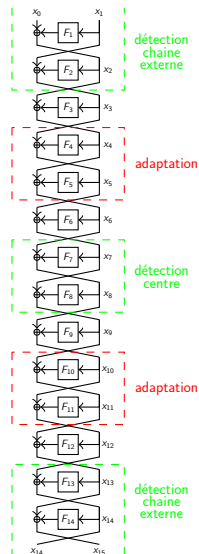
# Le simulateur peut toujours s'adapter

- ex : détection d'un centre  $(x_7, x_8)$  lors de l'ajout de  $x_7$   
 $\Rightarrow$  adaptation en  $F_4$  et  $F_5$
- prolongation chaîne arrière :  
 $x_5 = x_7 \oplus F_6(x_6)$  est uniformément distribué,  
 donc dans l'historique de  $F_5$  avec proba. négligeable



# Le simulateur peut toujours s'adapter

- ex : détection d'un centre  $(x_7, x_8)$  lors de l'ajout de  $x_7$   
 $\Rightarrow$  adaptation en  $F_4$  et  $F_5$
- prolongation chaîne arrière :  
 $x_5 = x_7 \oplus F_6(x_6)$  est uniformément distribué, donc dans l'historique de  $F_5$  avec proba. négligeable
- prolongation chaîne avant :  $x_3$  ne peut pas être dans l'historique de  $F_3$  sinon la chaîne externe  $(x_1, x_2)$  aurait déjà été détectée et complétée  
 $\Rightarrow x_4 = x_2 \oplus F_3(x_3)$  est uniformément distribué, donc dans l'historique de  $F_4$  avec proba. négligeable





# Applications

- Résultat principalement théorique sur la possibilité de construire un oracle de permutation à partir d'un oracle de fonction.

# Applications

- Résultat principalement théorique sur la possibilité de construire un oracle de permutation à partir d'un oracle de fonction.
- Dans la pratique, une analyse dédiée est souvent plus efficace que remplacer génériquement une permutation aléatoire par un Feistel à 14 tours.

# Applications

- Résultat principalement théorique sur la possibilité de construire un oracle de permutation à partir d'un oracle de fonction.
- Dans la pratique, une analyse dédiée est souvent plus efficace que remplacer génériquement une permutation aléatoire par un Feistel à 14 tours.
- exemple du schéma de chiffrement RSA de Phan-Pointcheval :

$$\text{Enc}_{\text{pk}=(N,e)}(m; r) = (\mathbf{P}(m\|r))^e \pmod N, \quad r \text{ aléa}$$

⇒  $\mathbf{P}$  peut en fait être remplacée par un Feistel à 3 tours et le schéma reste prouvé sûr dans le ROM

# Applications

- Résultat principalement théorique sur la possibilité de construire un oracle de permutation à partir d'un oracle de fonction.
- Dans la pratique, une analyse dédiée est souvent plus efficace que remplacer génériquement une permutation aléatoire par un Feistel à 14 tours.
- exemple du schéma de chiffrement RSA de Phan-Pointcheval :

$$\text{Enc}_{pk=(N,e)}(m; r) = (\mathbf{P}(m\|r))^e \pmod N, \quad r \text{ aléa}$$

⇒  $\mathbf{P}$  peut en fait être remplacée par un Feistel à 3 tours et le schéma reste prouvé sûr dans le ROM

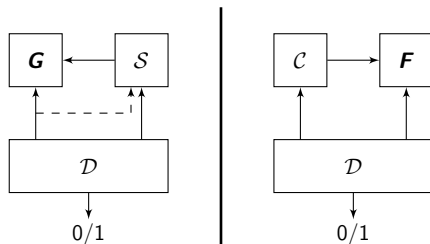
- exemple du chiffrement de Even-Mansour :  $E_{k_1, k_2}(m) = k_2 \oplus \mathbf{P}(m \oplus k_1)$ 
  - sûr lorsque  $\mathbf{P}$  est une permutation aléatoire
  - reste sûr dans le ROM avec un Feistel à 4 tours [GentryR04]

# Plan

- 1 Modèles de preuve idéalisés
- 2 Indifférentiabilité : définition
- 3 Attaque du schéma de Feistel à 5 tours
- 4 Indifférentiabilité du schéma de Feistel pour 14 tours
- 5 Indifférentiabilité publique et résistance à la corrélation**

# Indifférentiabilité publique

Affaiblissement du modèle de l'indifférentiabilité générale : le simulateur a connaissance des requêtes de  $\mathcal{D}$  à  $\mathbf{G}$



Le théorème de composition est valable pour les cryptosystèmes où toutes les requêtes à la primitive  $\mathbf{G}$  sont publiques (e.g. requêtes de hachage dans la majorité des schémas de signature).

# Indifférentiabilité publique du schéma de Feistel

## Théorème (MandalPS12)

*Le schéma de Feistel à 6 tours (avec des fonctions de tour aléatoires) est publiquement indifférentiable d'une permutation aléatoire inversible (et 6 est le nombre de tours minimal pour avoir cette propriété).*

Preuve beaucoup plus simple que pour l'indifférentiabilité générale.

## Résistance à la corrélation

Une construction  $\mathcal{C}^F$  est **résistante à la corrélation** (par rapport à la primitive idéale  $\mathbf{G}$ ) si toute relation entré-sortie difficile à trouver pour  $\mathbf{G}$  (appelée relation **évasive**) est difficile à trouver pour  $\mathcal{C}^F$  (même en ayant accès à  $\mathbf{F}$ ).

Exemple : pour une permutation aléatoire inversible  $\mathbf{P}$  sur  $2n$  bits, la relation suivante est évasive :

$$\{(L\|R, S\|T) : L = 0^n \text{ et } S = 0^n\}$$

NB : Notion impossible à satisfaire dans le modèle standard.

### Théorème

*Si  $\mathcal{C}^F$  est publiquement indifférentiable de  $\mathbf{G}$ , alors  $\mathcal{C}^F$  est résistante à la corrélation.*



# Conclusion

Notion	nbre de tours de Feistel
PRP	3
SPRP	4
Résistance à la corrél.	6
Indiff. publique	6
Indiff. générale	entre 6 et 14

- les résultats d'indifférentiabilité ne sont valables qu'avec des fonctions de tour **aléatoires**  
⇒ pas applicable à DES (fonctions de tour trop simples)

# Conclusion

Notion	nbre de tours de Feistel
PRP	3
SPRP	4
Résistance à la corrél.	6
Indiff. publique	6
Indiff. générale	entre 6 et 14

- les résultats d'indifférentiabilité ne sont valables qu'avec des fonctions de tour **aléatoires**  
⇒ pas applicable à DES (fonctions de tour trop simples)
- le résultat ne dit rien sur la possibilité d'instancier un chiffrement idéal avec AES ou un oracle aléatoire avec SHA-2

# Conclusion

Notion	nbre de tours de Feistel
PRP	3
SPRP	4
Résistance à la corrél.	6
Indiff. publique	6
Indiff. générale	entre 6 et 14

- les résultats d'indifférentiabilité ne sont valables qu'avec des fonctions de tour **aléatoires**  
⇒ pas applicable à DES (fonctions de tour trop simples)
- le résultat ne dit rien sur la possibilité d'instancier un chiffrement idéal avec AES ou un oracle aléatoire avec SHA-2
- principal problème ouvert : nombre optimal de tours pour l'indifférentiabilité générale ? (entre 6 et 14)

The end...

Merci de votre attention !  
Commentaires ou questions ?